

## Devoir surveillé n°1 - corrigé

### Exercice 1 Amplificateurs

1. Probabilité qu'il y ait un signal à la sortie :  $P(A \cup B) = 0,8 + 0,9 - 0,72 = 0,98$   
 Probabilité qu'il n'y ait pas de signal de sortie :  $1 - P(A \cup B) = 1 - 0,98 = 0,02$
2. A ne fonctionne pas dans 30 % des cas, donc  $P(A) = 0,7$   
 B fonctionne dans 85% donc  $P(B) = 0,85$  et dans 5% des cas, on n'a pas de signal à la sortie, donc  $P(A \cup B) = 0,95$ .  
 On a donc  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,6$

### Exercice 2 Chaudières

1.  $P(A) = 3/5$ ,  $P(B) = 2/5$ ,  $P_A(D) = 1/100$  et  $P_B(D) = 5/100$
2.  $P(D \cap A) = P_A(D) \times P(A) = 3/500 = 0,006$  et  $P(D \cap B) = P_B(D) \times P(B) = 1/50 = 0,02$
3.  $D \cap A$  représentent les chaudières à cheminée présentant un défaut et  $D \cap B$  les chaudières à ventouse présentant un défaut. Ils sont bien incompatibles.  
 Donc  $P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) = 0,026$  et  $P(\bar{D}) = 1 - 0,026 = 0,974$ .

### Exercice 3 Equations différentielles

1. La solution générale de  $(E_0)$  s'écrit  $y(x) = ke^{-G(x)}$  avec  $G$  primitive de 1, c'est à dire  $G(x) = x$ . On obtient donc

$$y(x) = ke^{-x} \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}$$

2. On remplace  $y$  par  $g$  dans le premier membre de l'équation  $(E)$ . On doit donc calculer  $g'$  :

$$g'(x) = (2x + 3)e^{-x} - (x^2 + 3x)e^{-x} = e^{-x}(-x^2 - x + 3)$$

Ainsi, on a

$$g' + g = e^{-x}(-x^2 - x + 3) + (x^2 + 3x)e^{-x} = e^{-x}(-x^2 - x + 3 + x^2 + 3x) = (2x + 3)e^{-x}$$

donc  $g$  est bien une solution particulière de l'équation différentielle  $(E)$ .

3. La solution générale sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle  $(E)$  s'écrit donc :

$$y(x) = ke^{-x} + (x^2 + 3x)e^{-x} \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}$$

4.  $f(0) = 1 \Leftrightarrow ke^0 + 0 = 1$  donc  $k = 1$  et la solution particulière  $f$  s'écrit

$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 3x + 1)$$