DEVOIR SURVEILLE n°4

Exercice 1: *(4 points)*

Dans une ville donnée, 40 % de la population a les cheveux blonds, 50 % les yeux bleus et 35 % à la fois les cheveux blonds et les yeux bleus. On choisit une personne au hasard.

Quelle est la probabilité:

1. pour qu'elle ait les yeux bleus, sachant qu'elle a les cheveux blonds ?
2. pour qu'elle n'ait pas les cheveux blonds, sachant qu'elle a les yeux bleus ?

Exercice 2: *(5 points)*

Une comparaison à un modèle d'écoulement amène à considérer que la vitesse d'écoulement v_0 d'un liquide dans un tube cylindrique est solution de l'équation différentielle

(E) $$4v' + v = 3\,e^{\frac{x}{2}} - 1$$

avec la condition initiale $v_0 = 0$

1. Résoudre l'équation différentielle $4v' + v = 0$
2. Déterminer les constantes *A* et *B* pour que la fonction *u* définie sur $\mathbb{R}$ par
$$u(x) = A\,e^{\frac{x}{2}} + B$$
soit une solution particulière de l'équation *(E)*.
3. Résoudre l'équation *(E)* sur $\mathbb{R}$
4. Déterminer la solution particulière vérifiant $v(0) = 0$.

Exercice 3: *(11 points)*

1. On note $y(t)$ la température en degrés Celsius d'une réaction chimique en fonction du temps *t*, *t* étant exprimé en heures.

   Après étude, on constate que la température est solution de l'équation différentielle

   (E) $$y' + y = e^{-0{,}25\,t}$$

   avec la condition initiale $y(0) = 20$

   a) Résoudre sur $]0;+\infty[$ l'équation

   (E_0) $$y' + y = 0$$

   b) Déterminer le nombre réel *k* tel que la fonction g définie par $g(t) = k\,e^{-0{,}25\,t}$ soit une solution particulière de l'équation *(E)*.

   c) En déduire la solution générale de *(E)*.

   d) Déterminer la solution de *(E)* satisfaisant la condition initiale.

2. On considère la fonction *f* définie sur]0;+∞[particulière

$$f(t) = \frac{1}{3}\left(56\ \mathrm{e}^{-t} + 4\ \mathrm{e}^{-0{,}25\,t}\right)$$

a) Étudier la limite de *f* quand *t* tend vers +∞.

b) Déterminer la fonction dérivée de *f*

c) Étudier le signe de $f\,'(t)$ pour t ∈ [0;+∞[. En déduire le tableau de variation de *f*.

d) Dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ (unités graphiques: 2 cm ou 2 grands carreaux pour 1 h sur l'axe des abscisses, et 1 cm ou 1 grand carreau pour 1 degré sur l'axe des ordonnées) représenter graphiquement la fonction *f*.