

Corrigé DM n°1

$$1. \text{ a) } \Phi^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$\Phi + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1+\sqrt{5}+2}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \text{ donc } \Phi^2 = \Phi + 1$$

b) En divisant par Φ les deux membres de l'égalité précédente, on obtient:

$$\frac{\Phi^2}{\Phi} = \frac{\Phi+1}{\Phi} \text{ c'est à dire } \Phi = \frac{\Phi}{\Phi} + \frac{1}{\Phi} \text{ soit } \Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$$

$$\text{On a donc } \frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$$

c) En multipliant par Φ les deux membres de l'égalité du 1. on obtient:

$$\Phi^2 \Phi = (\Phi + 1) \Phi \text{ c'est à dire } \Phi^3 = \Phi^2 + \Phi \text{ et comme } \Phi^2 = \Phi + 1$$

$$\text{on a } \Phi^3 = \Phi + 1 + \Phi = 2\Phi + 1$$

2. Déterminons le format du rectangle EBFC restant:

$$\text{format de EBFC: } \frac{\text{longueur}}{\text{largeur}} = \frac{AD}{EB}$$

$$\text{Or ABCD a pour format } \Phi \text{ donc } \frac{AB}{AD} = \Phi = \frac{AB}{AD} \text{ car } AD = 1$$

$$\text{Donc } EB = AB - AE = \Phi - 1 \text{ car } AE = 1$$

D'où la valeur du format du rectangle EBFC:

$$\frac{1}{\Phi - 1} = \frac{1}{\Phi}$$

(d'après 1.) ce qui donne bien Φ .