Fonctions

I. Notion de fonction

Définition 1

Une fonction est un procédé qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.

Exemple: Faire la somme du carré et du cube d'un nombre réel, prendre l'inverse d'un nombre réel, ...

En général, on note :
- f la fonction
- x un nombre de départ (variable)
- y le nombre d'arrivée correspondant
- $\mathcal{D}$ l'ensemble des nombres de départ (ensemble de définition de la fonction)

On dit que y est l'image de x (on note $y = f(x)$) et que x est un antécédent de y.

Question : Déterminer $\mathcal{D}$ dans les deux exemples précédents.

Notation complète :

$$f : \mathcal{D} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto f(x)$$

Exemple:

$$f : \mathcal{D} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto x^2 + x^3$$

Ce qui signifie : la fonction f est définie pour $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x^3$.

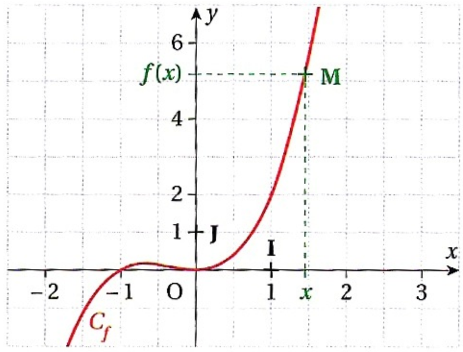
Remarque: Un nombre de l'ensemble de départ n'a qu'une image mais un nombre de l'espace d'arrivée peut avoir plusieurs antécédents.

II. Courbe représentative et résolutions graphiques

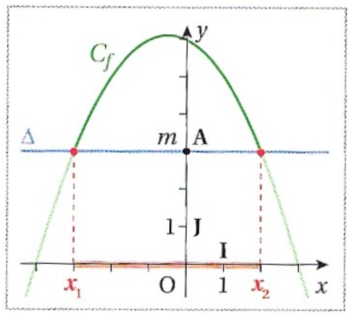
II.1. Représentation graphique

Définition 2

Le plan étant rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On appelle courbe représentative de la fonction f sur I l'ensemble des points $M(x, f(x))$ du plan où $x \in I$. On dit que la courbe C_f a pour équation $y = f(x)$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$



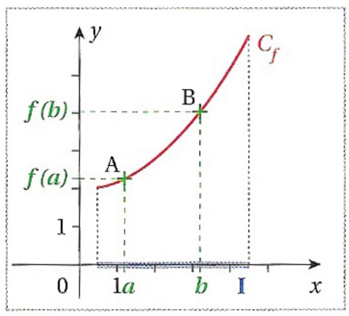
II.2. Résolution graphique d'équations et d'inéquations



Dans l'exemple ci-contre :
- l'équation $f(x) = m$ admet deux solutions x_1 et x_2.
- l'inéquation $f(x) \geq m$ admet pour solution l'intervalle $[x_1; x_2]$.
- l'inéquation $f(x) \leq m$ admet pour solution l'intervalle $[-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty]$.

III. Variations d'une fonction

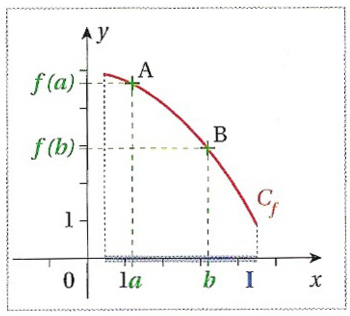
III.1. Fonction croissante, décroissante, constante



Définition 3

Fonction croissante

Dire qu'une fonction est croissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$. Une fonction croissante conserve l'ordre.



Définition 4

Fonction décroissante

Dire qu'une fonction est croissante sur I signifie que pour tous réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$. Une fonction croissante inverse l'ordre.

Définition 5

Fonction constante

Dire qu'une fonction est constante sur I sinifie que pour tous réels a et b de I : $f(a) = f(b)$.

III.2. tableau de variation

x	-3		2		3
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

f est décroissante sur $]-3;2]$ et croissante sur $[2;3[$

III.3. Maximum et minimum d'une fonction

Définition 6

Dire que f admet un maximum M en a sur I signifie que pour tout nombre réel x de l'intervalle I, $f(x) \leq f(a)$
Dire que f admet un minimum m en b sur I signifie que pour tout nombre réel x de l'intervalle I, $f(x) \geq f(b)$