Probabilités

I. Définition et propriétés fondamentales

Définition 1

Soit Ω un univers fini. Une probabilité sur Ω est une application de l'ensemble des événements dans l'intervalle [0,1] telle que : $P(\Omega) = 1$

Théorème 1

Pour tous événements A et B,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Propriétés :

- si $A \cap B = \emptyset$ (on dit alors que A et B sont incompatibles) alors la formule devient simplement

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Dans le cas d'équiprobabilité :

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

II. Probabilités conditionnelles

II.1. Un exemple pour comprendre

110 étudiants se répartissent de la façon suivante :

	filles	garçons
Pratiquent un sport	30	50
Ne pratiquent aucun sport	12	18

On tire un étudiant au hasard parmi les 110. On considère les événements suivants :

- F : « l'étudiant est une fille »
- S : « l'étudiant pratique un sport »
- $P(S) = \frac{80}{110}$
- $P(F \cap S) = \frac{30}{110}$
- $P_S(F) = \frac{30}{80}$ = probabilité de tirer une fille sachant qu'elle pratique un sport

On vérifie que

$$P(F \cap S) = P_S(F) \times P(S)$$

Définition 2

Soit P une probabilité sur Ω et soit A un événement de probabilité non nulle. La probabilité de A sachant B est définie par

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

On note aussi $P_B(A) = P(A/B)$

III. Evénements indépendants

Définition 3

Les événements A et B sont indépendants si

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Remarque : Remarque : dans le cas où A et B sont indépendants on a alors

$$P_B(A) = P(A)$$

.