

DM n°2
corrigé

Etude de deux cas particuliers:

1. $f'(x) = -6(7-3x)$ D'après Pythagore dans le triangle OHB rectangle en H, on a:

$$OB^2 = OH^2 + HB^2 \text{ or } HB = \frac{AB}{2} = 200 \text{ et } OB = R \text{ donc } OH^2 = 250^2 - 200^2 \text{ soit } OH = 150 \text{ cm}$$

$$HK = OK - OH = R - OH = 250 - 150 = 100 \text{ cm}$$

2. a) $OH = R - x$

b) D'après Pythagore dans le triangle OHB rectangle en H, on a: $OB^2 = OH^2 + HB^2$

d'où $R^2 = (R-x)^2 + x^2$ avec $x = 120 \text{ cm}$ soit $R^2 = (R-120)^2 + 40000$

c) $R^2 = R^2 - 240R + 14400 + 40000$ soit $240R = 54400$ donc $R = 226,7 \text{ cm}$

Etude du cas général:

1. a) $\frac{2000}{x} + \frac{x}{2} = \frac{4000 + x^2}{2x} = f(x)$

b) $f'(x) = \frac{(2x)(2x) - 2(4000 + x^2)}{4x^2} = \frac{4x^2 - 8000 - 2x^2}{4x^2} = \frac{2x^2 - 8000}{4x^2}$

En simplifiant par 2, on obtient $f'(x) = \frac{x^2 - 4000}{2x^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4000 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4000 \Leftrightarrow x = 200$ ou $x = -200$ donc dans l'intervalle $[100; 300]$, on trouve $x = 200$

c)

x	100	200	300
signe de f'	-	0	+
f	250	200	$650/3$

d) graphique: voir page suivante

2. D'après le tableau de variations, R est minimal lorsque x vaut 200.

