DM n°2
corrigé

1. Soit A_1 l'aire du triangle FBA : $A_1 = \dfrac{FB \times BA}{2}$

   Soit A_2 l'aire du triangle *FBC*, et M le pied de la hauteur du triangle *FBC* issue de C.

   $A_2 = \dfrac{FB \times CM}{2}$ or par construction, on a (AC) // (FB) donc $CM = AB$ et $A_2 = \dfrac{FB \times BA}{2} = A_1$

2. Par la rotation de centre B de sens indirect et d'angle 90°:
   L'image de F est A, l'image de B est B et l'image de C est E, donc l'image du triangle FBC est le triangle ABE.

3. Soit A_3 l'aire du triangle BEK : $A_3 = \dfrac{BE \times BK}{2}$

   Soit A_4 l'aire du triangle *BEA*, et N le pied de la hauteur du triangle *BEA* issue de A.

   $A_4 = \dfrac{BE \times AN}{2}$ or par construction, on a (BE) // (AK) donc $AN = BK$ et $A_4 = \dfrac{BE \times BK}{2} = A_3$

4. Le carré ABFG a pour aire le double du triangle ABF, c'est à dire 2 A_1
   Le carré BKLE a pour aire le double du triangle BEK, c'est à dire 2 A_3 .
   Par conservation des aires, le triangle BEA étant l'image du triangle FBC, ils ont la même aire.
   On a donc $A_4 = A_2$ or $A_3 = A_4$ et $A_1 = A_2$ donc $A_1 = A_3$ et les aires des deux carrés ABFG et BKLE sont donc égales.

5. On a $A_{BCDE} = A_{BKLE} + A_{LKCD}$
   L'aire du carré BCDE est égale à l'aire du carré BC^2 donc $BC^2 = A_{BKLE} + A_{LKCD}$
   D'après la question 4., l'aire du rectangle BKLE est égale à l'aire du carré ABFG, donc $A_{BKLE} = AB^2$
   on démontre de la même manière que l'aire du rectangle LKCD est égale à l'aire du carré AIHC, donc $A_{LKCD} = AC^2$
   On a bien $BC^2 = AB^2 + AC^2$