

DEVOIR SURVEILLE n°1

Exercice 1:

Dans cet exercice, les calculs seront effectués à 10^{-3} près.

L'étude du coût de maintenance annuel d'une installation de chauffage dans un immeuble de bureaux, en fonction de l'âge de l'installation, a donné les résultats suivants:

Age en années: x_i	1	2	3	4	5	6
Coût en centaines d'euros: y_i	7,55	9,24	10,74	12,84	15,66	18,45

1. Représenter le nuage de points $M_i (x_i, y_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques: 2cm en abscisse, 1 cm en ordonnée). Peut-on envisager un ajustement affine de ce nuage ?
2. a) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double (x_i, y_i) . Le résultat obtenu confirme-t-il l'observation faite au 1. ?
 b) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression D de y en x . Tracer D dans le même repère qu'au 1.
 c) En admettant que l'évolution du coût constatée pendant 6 ans se poursuive les années suivantes, donner une estimation du coût de maintenance de l'installation lorsqu'elle aura 8 ans.

Exercice 2:

Soit la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. Le plan étant muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on désigne par C_f la courbe représentative de f .

1. Vérifier que, pour tout réel x , on a:

$$f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$$

2. Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
3. Montrer que les droites D_1 et D_2 d'équations respectives $y = x - 1$ et $y = x + 1$ sont asymptotes à la courbe C_f . Etudier les positions relatives de C_f par rapport à ces asymptotes.
4. Montrer que la fonction f est impaire. Interpréter graphiquement ce résultat.
(Rappel: f est impaire si $f(-x) = -f(x)$ pour tout x)
5. Etudier le sens de variation de f sur \mathbb{R} . En déduire le tableau de variation de f sur \mathbb{R}
6. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0.
7. Tracer la courbe C_f , la tangente T et les droites D_1 et D_2 sur l'intervalle $[-5; 5]$.