

DEVOIR SURVEILLE n°1
corrigé

Exercice 1: (2 points)

a) $g \circ f(x) = 2\sqrt{x} - 3$

b) $g \circ f(x) = (8x - 2)^3$

Exercice 2: (2 points)

a) $-\frac{\pi}{4}$

b) $-\frac{\pi}{6}$

Exercice 3: (7 points)

1. a) $(2-i)(3-2i) = 6 - 7i - 2 = 4 - 7i$

b) $(1+i)^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$

c) $\frac{1}{3+2i} = \frac{3-2i}{3^2-(2i)^2} = \frac{3-2i}{9+4} = \frac{3-2i}{13} = \frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$

d) $\frac{2-i}{1+i} = \frac{(2-i)(1-i)}{1^2-i^2} = \frac{2-3i-1}{2} = \frac{1-3i}{2}$

Nombre complexe z	Partie réelle de z	Partie imaginaire de z	Opposé de z	Nombre réel: oui ? non ?	Imaginaire pur: oui ? non ?
2-3i	2	-3	-2+3i	NON	NON
-6	-6	0	6	OUI	NON
-2-5i	-2	-5	2+5i	NON	NON
3i	0	3	-3i	NON	OUI

Exercice 4: (5 points)

1. $u = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 = \left(\frac{(1+i)(1+i)}{1^2-i^2}\right)^2 = \left(\frac{2i}{2}\right)^2 = i^2 = -1$

2. $gh \ u = \left(\frac{x+iy}{1-i}\right)^2 = \left(\frac{(x+iy)(1+i)}{(1-i)(1+i)}\right)^2 = \left(\frac{x+ix+iy+yi^2}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}((x-y+i(x+y))^2)$

$$u = \frac{1}{4}((x-y)^2 + 2i(x-y)(x+y) + i^2(x+y)^2) = \frac{1}{4}((x-y)^2 - (x+y)^2 + 2i(x^2 - y^2))$$

$$u = \frac{1}{4}(-4xy + 2(x^2 - y^2)i) = -xy + \frac{x^2 - y^2}{2}i \text{ donc } Re(u) = -xy \text{ et } Im(u) = \frac{x^2 - y^2}{2}$$

3. u est réel $\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 0$

4. u est réel et x est égal à 5 $\Leftrightarrow x = 5$ et $x^2 - y^2 = 0$ donc $y^2 = 25$

On obtient donc $x = 5$ avec $y = 5$ ou $x = 5$ avec $y = -5$

5. $u = 4 \Leftrightarrow u$ est réel égal à 4 $\Leftrightarrow -xy = 4$ et $x^2 - y^2 = 0$

De la même manière on trouve $x = 2$ avec $y = -2$ ou $x = -2$ avec $y = 2$ **Exercice 5: (4 points)**

1. Nombre de combinaisons possibles = 36^5

2. Temps total = 3×36^5 secondes = 5,75 années

3. On peut faire 288000 combinaisons