DEVOIR SURVEILLE n°1
corrigé

Exercice 1:

1. Représenter le nuage de points $M_i\ (x_i, y_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques: 2cm en abscisse, 1 cm en ordonnée). Peut-on envisager un ajustement affine de ce nuage ?
2. a) A la calculatrice, on trouve r=0,99114

   b) A la calculatrice, on trouve a=2,16742 et b=4,82733 ce qui nous donne comme équation de la droite D: $y=2{,}16742x+4{,}82733$

   c) pour x=8 on obtient $y=22{,}16669$

Exercice 2:

1. $x-1+\frac{2}{e^x+1} = \frac{x(e^x+1)-(e^x+1)+2}{e^x+1} = \frac{x\,e^x+x-e^x-1+2}{e^x+1} = \frac{x(e^x+1)-e^x+1}{e^x+1} = x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$

   $-1+\frac{2}{e^x+1} = \frac{-e^x-1+2}{e^x+1} = \frac{-e^x+1}{e^x+1}$

   $1-\frac{2e^x}{e^x+1} = \frac{e^x+1-2e^x}{e^x+1} = \frac{-e^x+1}{e^x+1}$ et on a donc l'égalité $f(x)=x-1+\frac{2}{e^x+1}=x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}$

2. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ car $\lim_{x\to-\infty} e^x=0$ et d'après la question précédente, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

3. $f(x)-(x-1)= \frac{2}{e^x+1}$ or $\lim_{x\to+\infty} \frac{2}{e^x+1}=0$ donc C_f admet la droite D_1 comme asymptote en +∞.

   $f(x)-(x+1)= -\frac{2e^x}{e^x+1}$ or $\lim_{x\to-\infty} -\frac{2e^x}{e^x+1}=0$ donc C_f admet la droite D_2 comme asymptote en -∞.

4. Pour tout x, $f(-x)=-x-\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}=-x-\frac{(e^{(-x)}-1)(e^x)}{(e^{-x}+1)(e^x)}=-x-\frac{1-e^x}{1+e^x}=-f(x)$

5. $f'(x) = 1-\frac{e(e^x+1)-e^x(e^x-1)}{(e^x+1)^2}¿=\frac{(e^x+1)^2-2e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}$ donc $f'(x)$ est positif.

6. Au point d'abscisse 0, l'équation de la tangente est donnée par $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

   or $f'(0)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ et $f(0)=0$ donc la tangente a pour équation $y=\left(\frac{1}{2}\right)x$

7. Traçons la courbe C_f, la tangente T et les droites D_1 et D_2 sur l'intervalle [-5;5]: