DEVOIR SURVEILLE n°2

Exercice 1:

Dans cet exercice, les calculs seront effectués à 10^{-3} *près.*

Une petite entreprise emploie 20 personnes. Une étude statistique permet d'admettre qu'un jour donné la probabilité qu'un employé donné soit absent est 0,05. On admet que les absences des employés survenues un jour donné sont indépendantes les unes des autres. On note X la variable aléatoire qui à chaque jour choisi au hasard associe le nombre d'employé absents.

On admettra que X suit une loi binômiale $B(20;0,05)$

1. Calculer la probabilité des événements suivants:

   a) E_1 : « un jour donné il y a exactement 3 absents »

   b) E_2 : « un jour donné il y a strictement plus de 2 absents »

   c) E_3 : « un jour donné le nombre d'absents est compris entre 3 et 6 (bornes comprises) »
2. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable X. Que représente $E(X)$?
3. On approche la loi binômiale du 1. par une loi de Poisson de paramètre $\lambda = np$, où n et p sont les paramètres de cette loi binômiale.

   a) En utilisant la loi de Poisson, déterminer les probabilités respectives des trois événements E_1 , E_2 et E_3 de la question 2.

   b) Vérifier que les résultats obtenus au 4. diffèrent de moins de 1% des résultats obtenus au 2.

Exercice 2:

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$ où les unités sont 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées. Soit f la fonction définie sur [-1;+∞[par $f(x)=\left(\frac{x^2}{4}-1\right)e^{2x}$, C_f sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Etablir le tableau de variation de f.
2. a) Déterminer le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de 0.

   b) En déduire une équation de la tangente T à C_f au point A d'abscisse 0; puis étudier la position de C_f par rapport à T au voisinage du point A.
3. Représenter la courbe C_f et la tangente T dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

   On se propose de calculer la valeur exacte, en cm^2 , de l'aire A de la partie du plan limité par C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=0$ et $x=2$.
4. Calculer l'intégrale $\int_0^2 f(x)dx$

   On pourra au préalable déterminer les réels a et b tels que la fonction F définie sur [-1;+∞[par $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{2x}$ soit une primitive de f.
5. Donner la valeur exacte de A
6. Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de A.