DEVOIR SURVEILLE n°3
corrigé

Exercice 1:

1. $3y'-2y=0 \Leftrightarrow y'-\frac{2}{3}y=0$ Les solutions de (E) s'écrivent sous la forme $f(x)=k\,\mathrm{e}^{\frac{2}{3}x}$, $k\in\mathbb{R}$
2. si $f(0)=2$ on a $k\,\mathrm{e}^{0}=2 \Leftrightarrow k=2$ donc $f(x)=2\,\mathrm{e}^{\frac{2}{3}x}$

Exercice 2:

3. Les solutions de (E_0) s'écrivent sous la forme $f(x)=k\,\mathrm{e}^{4x}$, $k\in\mathbb{R}$
4. si h est une solution particulière de (E) alors on a $h'-4h=2\,\mathrm{e}^{3x}$
   or $h(x)=a\,\mathrm{e}^{3x}$ et $h'(x)=3a\,\mathrm{e}^{3x}$ ce qui nous donne:
   $3a\,\mathrm{e}^{3x}-4a\,\mathrm{e}^{3x}=2\,\mathrm{e}^{3x}$ soit $-a=2$ c'est à dire $a=-2$ d'où $h(x)=-2\,\mathrm{e}^{3x}$
5. La solution générale de (E) est donc $f(x)=k\,\mathrm{e}^{4x}-2\,\mathrm{e}^{3x}$, $k\in\mathbb{R}$.
6. *f* solution de *(E)* avec $f(0)=0$ donne $k\,\mathrm{e}^{0}-2\,\mathrm{e}^{0}=0$ c'est à dire $k=2$
   donc la solution cherchée est donnée par $f(x)=2(\mathrm{e}^{4x}-\mathrm{e}^{3x})$

Exercice 3:

1. on a $s(x)=x\,\mathrm{e}^{-x}$ et donc $s'(x)=\mathrm{e}^{-x}-x\,\mathrm{e}^{-x}=\mathrm{e}^{-x}(1-x)$. On remplace dans le premier membre de l'équation, ce qui donne $x\,s'-s=x\,\mathrm{e}^{-x}(1-x)-x\,\mathrm{e}^{-x}=-x^2\,\mathrm{e}^{-x}$. La fonction *s* est donc bien solution de l'équation *(E)*
2. $xy'-y=0 \Leftrightarrow y'=\frac{y}{x}$ Les solutions de (E_0) sont données par $f(x)=k\,\mathrm{e}^{A(x)}$ avec A primitive de $\frac{1}{x}$.
   donc $f(x)=k\,\mathrm{e}^{\ln x}$ soit $f(x)=kx$ avec $k\in\mathbb{R}$.
3. La solution générale de (E) est donc $f(x)=kx+x\,\mathrm{e}^{-x}$ avec $k\in\mathbb{R}$.
4. si g est solution de (E) alors $g(x)=kx+x\,\mathrm{e}^{-x}$ donc $g(1)=k+\mathrm{e}^{-1}$
   or $g(1)=1+\frac{1}{e}$ d'où $k=1$. La fonction g s'écrit donc $g(x)=x(1+\mathrm{e}^{-x})$