DEVOIR SURVEILLE n°1

Exercice 1:

Soit la fonction f définie sur [-2;6] par:

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2+2x+1$ et de courbe représentative Cf.

1. Calculer f', dérivée de f
2. En déduire le tableau de variation de f sur [-2;6]
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$
4. En déduire les coordonnées des points d'intersection de Cf avec l'axe des abscisses

Exercice 2:

Soit f la fonction définie sur [-1,3] par:

$f(x)=x^3-4x^2+4x$ et soit C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal .

1. Calculer f', dérivée de f
2. Etudier le signe de $f'(x)$
3. En déduire le tableau de variation de f
4. C admet-elle des tangentes horizontales ? Pourquoi, Si oui, en quels points ?
5. Trouver le coefficient directeur de la tangente à Cf au point d'abscisse 0.
6. En déduire l'équation de la tangente en ce point
7. Tracer Cf et cette tangente sur [-1;3]

Problème:

Partie A: Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction *g* définie sur]0;+∞[par $g(x)=x^2+\ln x$.

1. (a) Montrer que *g* est strictement croissante sur]0;+∞[.

   (b) Calculer *g*(1).

2. (a) Déduire du 1. les résultats suivants:

   si $x \geqslant 1$, alors $x^2+\ln x \geqslant 1$;

   si $0 < x \leqslant 1$, alors $x^2+\ln x \leqslant 1$.

   (b) Déterminer le signe de l'expression $x^2+\ln x-1$ pour *x* appartenant à]0;+∞[.

Partie B: Etude d'une fonction

On considère la fonction *f* définie sur]0;+∞[par $f(x)=x+1-\frac{\ln x}{x}$ et on appelle C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 2 cm.

1. Etudier les limites de *f* en 0 et en +∞ (on rappelle que $\lim\limits_{+\infty} \frac{\ln x}{x}=0$)
2. Montrer que $f'(x)=\frac{x^2+\ln x-1}{x^2}$.
3. En utilisant la partie A., donner le signe de *f'(x)* et dresser le tableau de variation de *f* sur]0;+∞[.
4. Soit *K* la fonction définie sur]0;+∞[par $K(x) = \left(\frac{1}{2}\right)(\ln x)^2$

   (a) Calculer *K'(x)*

   (b) En déduire une primitive sur]0;+∞[de la fonction *f*.

5. Déterminer l'équation de la tangente à C_f en 2.