GEOMETRIE DANS L'ESPACE

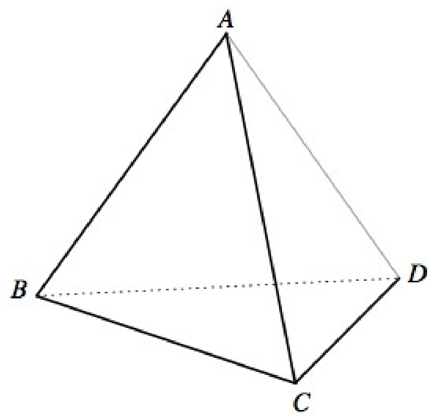
I. Règles de base

1. Par trois points non alignés passe un unique plan
2. Lorsqu'un plan contient deux points distincts A et B, il contient la droite (AB)
3. Tous les résultats de géométrie plane s'appliquent dans chaque plan de l'espace

Exemple de problème

ABCD est un tétraèdre. I milieu de [AB], J milieu de [AC], K milieu de [AD], M milieu de [BD], N milieu de [CD]

1. Déterminer l'intersection des plans (ABC) et (IJK)
2. Démontrer que les droites (IJ) et (MN) sont parallèles
3. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (BCD)
4. Démontrer que les plans (IJK) et (BCD) sont parallèles
5. Déterminer les droites D_1 et D_2 d'intersections des plans (ACM) et (BCD) puis (ACM) et (IJK)
6. Démontrer que D_1 et D_2 sont parallèles.

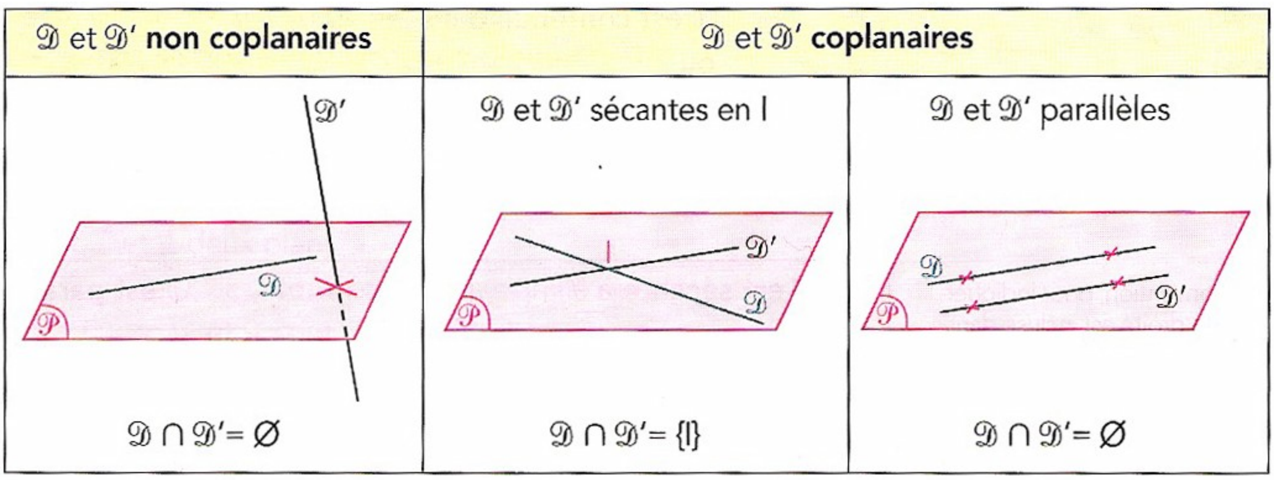


II. Positions relatives de deux droites

Propriété: Deux droites de l'espace sont:

- soit coplanaires (sécantes ou parallèles)
- soit non coplanaires

Remarque: Dans l'espace, deux droites non parallèles ne sont pas forcément sécantes

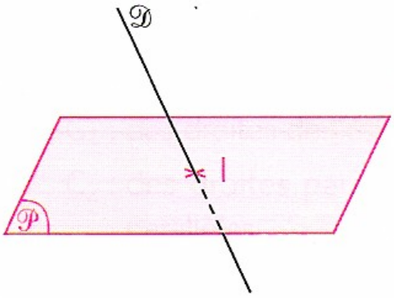
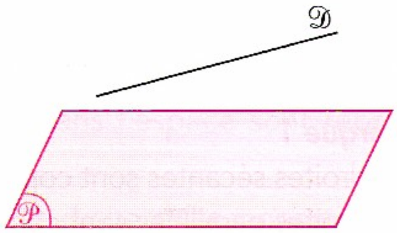
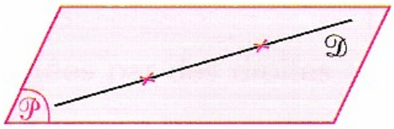


Théorème: Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

III. Positions relatives d'une droite et d'un plan

<u>Propriété:</u>

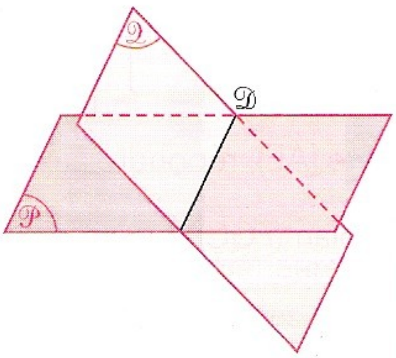
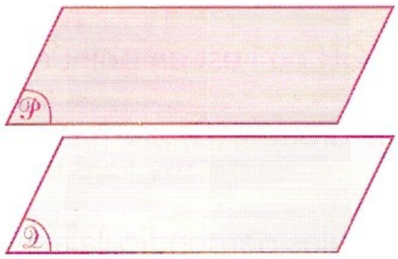
Une droite et un plan de l'espace sont soit sécants soit parallèles.

$\mathcal{D}$ est sécante à $\mathcal{P}$	$\mathcal{D}$ est parallèle à $\mathcal{P}$	
	$\mathcal{D}$ strictement parallèle à $\mathcal{P}$	$\mathcal{D}$ contenue dans $\mathcal{P}$
		
$\mathcal{D} \cap \mathcal{P} = \{I\}$	$\mathcal{D} \cap \mathcal{P} = \varnothing$	$\mathcal{D} \subset \mathcal{P}$

<u>Théorème:</u> Si une droite D est parallèle à une droite D' d'un plan P, alors D est parallèle à P.

IV. Positions relatives de deux plans

<u>Propriété:</u> Deux plans de l'espace sont soit sécants, soit parallèles.

$\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ sécants	$\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ parallèles	
	$\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ strictement parallèles	$\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ confondus
		
$\mathcal{P} \cap \mathcal{Q} = \mathcal{D}$	$\mathcal{P} \cap \mathcal{Q} = \varnothing$	$\mathcal{P} = \mathcal{Q}$

<u>Autres théorèmes:</u>

Si deux droites sécantes sont parallèles à un autre plan, alors ces deux plans sont parallèles.

Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

Un plan sécant à deux plans parallèles les coupe suivant deux droites parallèles.