

LES NOMBRES

I Les différents types de nombres

Les entiers naturels sont les nombres qui servent à compter: c'est l'ensemble \mathbb{N} (N comme naturel)

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

Les entiers relatifs sont les entiers naturels et leurs opposés: c'est l'ensemble \mathbb{Z} (Z comme zahl en allemand)

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

Les décimaux sont les nombres qui n'ont pas une infinité de chiffres après la virgule: c'est l'ensemble \mathbb{D} (D comme décimaux)

exemple: $-2,756$; $\frac{1}{2} = 0,5$

Les rationnels sont les nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fraction (quotient de 2 entiers): c'est l'ensemble \mathbb{Q} (Q comme quotient)

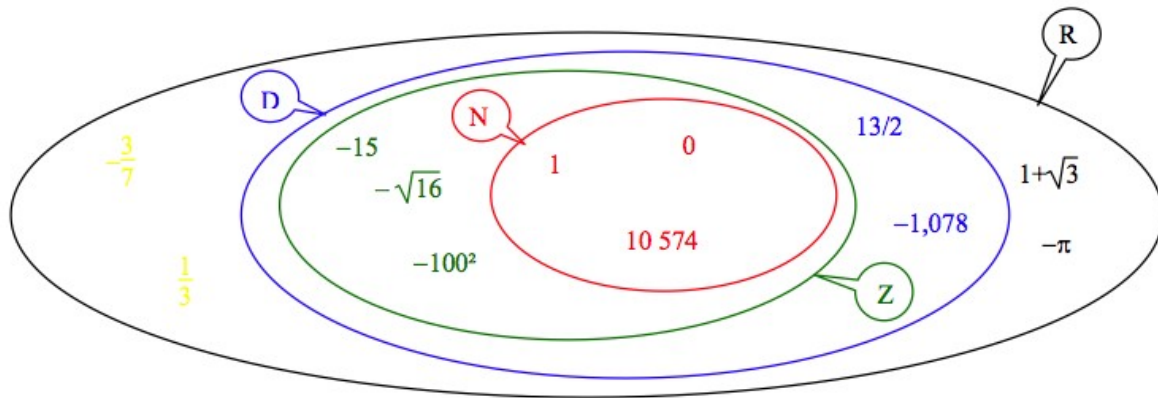
exemple: $\frac{5}{7} - \frac{4}{17}$ mais π ou $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel

Les réels sont tous les nombres connus en Seconde: c'est l'ensemble \mathbb{R} . On le représente par une droite.

Exercice:

Classer les nombres suivants dans le bon ensemble:

$$\frac{5}{9} \quad 0,003 \quad 0 \quad -567 \quad -\frac{72}{100} \quad \sqrt{2} \quad \frac{14}{6} \quad \pi \quad \sqrt{4}$$



Remarques:

Tout élément de \mathbb{N} est aussi un élément de \mathbb{Z} . On dit que \mathbb{N} est inclus dans \mathbb{Z} et on écrit $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

De même, on a: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

On note aussi:

\mathbb{R}^+ est l'ensemble des réels positifs ou nuls

$\mathbb{N} - \{5\}$ est l'ensemble des entiers naturels sauf 5

II Les différentes écritures d'un nombre

Un nombre peut en général avoir plusieurs écritures différentes:

$$0,5 = \frac{1}{2} = 5 \cdot 10^{-1}$$

écriture décimale écriture fractionnaire notation scientifique

Remarque: un test à la machine

$$\frac{1}{0,99999} = 1,00001$$

$$\frac{1}{0,9999} - 1,00001 \neq 0 \text{ la machine affiche une valeur approchée sans prévenir}$$

III Les nombres premiers

1. Définition

Un nombre premier est un entier naturel que l'on ne peut diviser que par lui-même ou par 1.

Remarque: 1 n'est pas considéré comme étant un nombre premier

Exemple: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47...

2. Décomposition d'un nombre en produit de nombres premiers

Tout entier naturel supérieur à un peut se décomposer en un produit de nombre premiers. Cette décomposition est unique.

Exemple: décomposons 72:

au brouillon:

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array}$$

sur la copie:

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

IV Intervalles de \mathbb{R}

1. Définition:

a et b deux réels tels que $a \leq b$. L'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$ est appelé l'intervalle fermé de bornes a et b. Il est noté $[a;b]$.

2. Notation

intervalle	représentation	description : ensemble des réels x vérifiant :
intervalle (fermé) $[a, b]$		$a \leq x \leq b$
intervalle (ouvert) $]a, b[$		$a < x < b$
intervalle $[a, b[$		$a \leq x < b$
$[a, +\infty[$		$a \leq x$
$] -\infty, b]$		$x < b$

Remarques:

- Les bornes a et b appartiennent à l'intervalle $[a;b]$ mais n'appartiennent pas à $]a;b[$.
- Les symboles $+\infty$ et $-\infty$ ne désignent pas des nombres réels: les crochets sont donc toujours ouverts en $+\infty$ et en $-\infty$

Le symbole ∞ a été créé par le mathématicien anglais John Wallis (1616-1703)

3. Intersection d'intervalles

L'intersection de deux intervalles est l'ensemble des réels qui appartiennent à l'un **et** à l'autre des deux intervalles. Notation: \cap

Exemple: $[-2;3] \cap [1;5] = [1;3]$

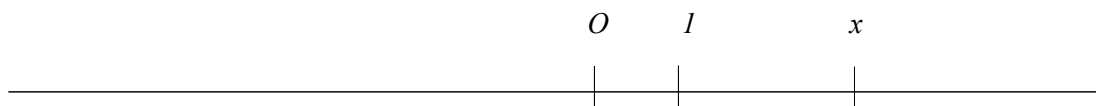
4. Réunion de d'intervalles

La réunion de deux intervalles est l'ensemble des réels qui appartiennent à l'un **ou** à l'autre des deux intervalles. Notation: \cup

Exemple: $[-2;3] \cup [1;5] = [-2;5]$

V Valeur absolue et distance

Définition: Soit une droite munie d'un repère (OI) . Pour tout nombre réel x , la valeur absolue de x notée $|x|$ est la distance du point M d'abscisse x à l'origine O .



Conséquences:

si $x \geq 0$ alors $|x| = x$

si $x \leq 0$ alors $|x| = -x$

$|x - y|$ = distance entre x et y