

Loi exponentielle

La loi exponentielle peut représenter par exemple la durée de vie d'une ampoule électrique avant qu'elle ne brûle.

La Centennial Light, parfois appelée ampoule centenaire, ampoule de Livermore ou Livermore Centennial Light Bulb, est une ampoule électrique d'une puissance de quatre watts, qui brillerait depuis 1901. Elle serait ainsi la plus vieille lampe encore en fonctionnement au monde. Installée dans la caserne des pompiers de Livermore en Californie, elle n'a presque jamais été éteinte.

Plus d'infos sur www.centennialbulb.org



1. Introduction à la courbe

- A l'aide Geogebra, construire un curseur k , compris entre 0 et 5.
- Dessiner la courbe de la fonction f définie par :

$$f(x) = ke^{-kx}$$

- Faire varier k et observez : Où retrouve-t-on la valeur de k en regardant la courbe ? Pourquoi ? Expliquez.

2. Intégration

- On fixe le curseur à $k = 2$. On crée un autre curseur m , compris entre 0 et 5. Calculer avec Geogebra l'intégrale

$$\int_0^m f(x)dx$$

(Pour calculer une intégrale d'une fonction f entre a et b : Intégrale[f,a,b] dans la barre de saisie)

- Faire varier le curseur m . Quelle est la valeur maximale de l'intégrale ?
- Pourrait-on calculer cette intégrale "à la main" ? Essayer de retrouver le résultat précédent par le calcul.

Définition 1

On dit que la variable aléatoire X suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, si pour tous réels c et d , on a :

$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d f(x)dx \quad \text{avec} \quad f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{si } x \geq 0$$