

MODULE D'UN NOMBRE COMPLEXE

Vous devez expliquer aux autres qu'est-ce que le module d'un nombre complexe. Vous avez à votre disposition votre livre et cette page de Wikipédia:

Module d'un nombre complexe

Soit un nombre complexe $z = a + ib$, on définit le **module du nombre complexe** comme étant le réel positif $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\bar{z}}$ (voir [racine carrée](#) et [Conjugué d'un nombre complexe](#)).

Le nom de module a été créé par [Jean-Robert Argand](#) dans son *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires par des constructions géométriques*.

Propriétés principales [modifier]

Le module vérifie les propriétés suivantes :

1. $|z| \geq 0$
2. $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
3. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
4. $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$, si $z_2 \neq 0$
5. $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$: inégalité triangulaire
6. $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$

Si on interprète z comme un point dans le plan, c'est-à-dire si on considère son image alors, $|z|$ est la distance de **l'image** de z à l'origine.

Il est utile d'interpréter l'expression $|x - y|$ comme la *distance* entre les deux nombres complexes x et y dans le plan complexe.

D'un point de vue algébrique, le module est une **valeur absolue**, qui confère à l'ensemble des nombres complexes la structure de **corps valué**. C'est en particulier une norme, de sorte que le plan complexe est un **espace vectoriel normé de dimension finie**. Il en résulte que c'est aussi un **espace métrique** (donc un **espace topologique**).

L'application : $\mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}_+, (z_1, z_2) \mapsto |z_1 - z_2|$ est une distance.

Lors de la présentation, vous devrez faire un dessin et donner des exemples.