MODULE: Etude d'une colonne de mobilier urbain

On considère la fonction g de la variable réelle x définie sur l'intervalle I=[0;2] par: $g(x)=(2-x)e^x$

On note C_g la courbe représentative de g dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1. a) Calculer les coordonnées des points A et B, d'abscisses respectives 0 et 2.

   b) Montrer que la fonction dérivée g' de la fonction g (où g' est la fonction dérivée de g) est définie sur l'intervalle I par: $g'(x)=(1-x)e^x$

   c) Résoudre dans I l'inéquation: $g'(x)\geqslant 0$. En déduire le tableau de variation de la fonction g.

2. a) Déterminer une équation cartésienne de la tangente T_1 à C_g au point A d'abscisse 0.

   b) Tracer dans le repère de la feuille annexe la droite T_1 et la courbe C_g

3. a) Placer sur le graphique les points $D(-8;0)$ et $E(-8;2)$: tracer le rectangle *AODE*.

   b) La rotation de ce rectangle autour de l'axe des abscisses engendre un cylindre de révolution. Préciser le rayon et la hauteur de ce cylindre, puis calculer la valeur exacte V_1 de son volume en fonction de π (en unités de volume)

4. a) Soit F la fonction définie sur I par: $F(x)=\frac{1}{4}(2x^2-10x+13)e^{2x}$

   Vérifier que: $F'(x)=[g(x)]^2$ pour tout x de I (ou F' est la fonction dérivée de F)

   b) On considère la surface limitée par la courbe C_f et les axes du repère. Sa rotation autour de l'axe des abscisses engendre un solide de révolution. Calculer la valeur exacte V_2 (en fonction de π et de e) du volume de ce solide (en unités de volume)

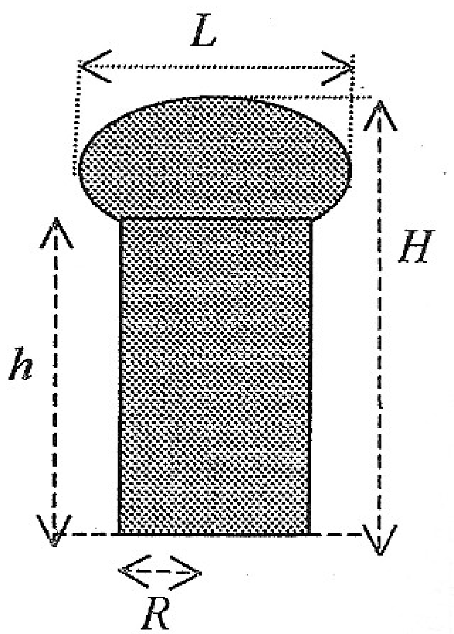
<u>Rappel:</u> le volume (en U.V.) du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la surface limitée par la courbe d'équation y=f(x) (f positive) sur l'intervalle [a,b], l'axe des abscisses et les droites d'équations x=a et x=b est donnée par:

$$V=\pi\int_a^b [f(x)]^2\,dx$$

5. a) Compléter le graphique en traçant les symétriques par rapport à l'axe des abscisses des segments [DE] et [AE] et de la courbe C_f

b) Un bureau d'architecture doit étudier la réalisation d'une colonne de mobilier urbain dont le dessin obtenu à la question précédente est une coupe à l'échelle 1/25 (1 cm du dessin représente 25 cm en réalité)

Attention: ce dessin n'est pas fait à l'échelle



Préciser la valeur exacte en m des dimensions suivantes:

- le rayon R de la base
- la hauteur h de la partie cylindrique
- la largeur maximale L de la colonne (puis valeur arrondie au mm)
- la hauteur totale H.

c) Déduire du 3. que le volume total de la colonne est environ:

$$V=2{,}081\ m^3$$

d) Sachant que la partie pleine de la colonne représente 36% du volume et que la masse volumique du matériau utilisé est 2 tonne/m^3, calculer la masse M en tonnes (arrondie à 10^{-1}) de la colonne.