

**MODULE: limite d'une fonction**

**I Calcul de limites**

Déterminer les limites suivantes:

- |  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 + 5$            | 6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{(x+1)^2}$          | 12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x^2+1}$                 | 17. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}+1}{x+\sqrt{x}}$ |
| 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} + 2$       | 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} - 1 + \cos x$       | 13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(x+1)$                           | 18. $\lim_{x \rightarrow 3^-} -\frac{1}{x-3}$                          |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}}$ | 8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} + x - 1$ | 14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x-1)(x^2-5)$                    | 19. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{2-x}$                           |
| 4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2}$  | 9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x}$       | 15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{x^2+2}$      | 20. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x+1}$                    |
| 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$             | 10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + x + 1$          | 16. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)$ | 21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x}$              |

**II Forme indéterminée**

Exemple:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2 + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{4}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{4}{x^2}} = 3$

Déterminer les limites suivantes:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x + 3}{x^2 + 5}$        $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 1}{x^2 + 2}$        $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 1}{2x^3 + 3}$

**III Asymptotes horizontales et verticales**

Horizontale	Verticale
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \text{nombre}$	$\lim_{x \rightarrow \text{nombre}} f(x) = \infty$
<i>f admet une asymptote horizontale d'équation y=nombre</i>	<i>f admet une asymptote verticale d'équation x=nombre</i>

Donner une interprétation graphique des limites suivantes:

$\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = -\infty$        $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$        $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$

**IV Asymptote oblique**

Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (ax+b) = 0$  alors  $y=ax+b$  est asymptote oblique à la courbe  $C_f$  en  $\infty$

- $f(x) = x + 3 + \frac{2}{x+1}$  Montrer que  $y = x + 3$  est asymptote oblique à la courbe  $C_f$  en  $+\infty$
- $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-3}$  Montrer que  $y = 2x - 1$  est asymptote oblique à la courbe  $C_f$  en  $-\infty$
- $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$  Montrer que  $y = 2x + 1$  est asymptote oblique à la courbe  $C_f$  en  $+\infty$