Probabilités

I. Expérience aléatoire

Définition 1

*Une **expérience aléatoire** est une expérience comportant plusieurs issues envisageables, mais soumises au hasard.*
- *L'**univers** est l'ensemble des issues.*
- *Un **événement** est un ensemble d'issues.*
- *Les **expériences élémentaires** sont les événements à une seule issue.*

II. Probabilité d'un événement

Propriété 1

*Lors d'une expérience répétée n fois, les fréquences obtenues d'un événement A de l'expérience se rapprochent d'une valeur théorique appelée **probabilité** de l'événement A.*

- La probabilité p(A) d'un événement vérifie $0 \leq p(A) \leq 1$.
- La somme des probabilités des événements élémentaires vaut 1.
- La probablité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.

Exemple: $p(\varnothing) = 0$, $p(\Omega) = 1$

Propriété 2

*Lorsque toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser, l'expérience est dite **equiprobable**. Dans ce cas, on a :*
- *la probabilité de chaque événement élémentaire vaut* $\dfrac{1}{n}$.
- *la probabilité d'un événement A vaut* $p(A) = \dfrac{card(A)}{n}$.

Définition 2

*On appele **événement contraire** de A l'événement noté $\overline{A}$ qui contient les événements élémentaires n'appartenant pas à A. On a $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$*

Définition 3

*L'événement "A et B" noté $A \cap B$ s'appele l'**intersection** des événements A et B. Il est réalisé lorsque les deux événements sont réalisés simultanément. L'événement "A ou B" noté $A \cup B$ s'appele la **réunion** des événements A et B. Il est réalisé lorsqu'au moins l'un des deux événements est réalisé.*

Théorème 1

Si A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Remarque: Si $A \cap B = \varnothing$ alors on a $P(A \cup B) = p(A) + p(B)$. On dit alors que A et B sont **incompatibles**.