

# Probabilités

## I. Schéma de Bernoulli

### I.1. Epreuve de Bernoulli

Exemple : Dans un jeu télévisé...

#### Définition 1

Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire comportant deux issues (succès / échec). On note  $p$  la probabilité du succès.

### I.2. Schéma de Bernoulli

#### Définition 2

Un schéma de Bernoulli de paramètres  $n$  et  $p$  est une expérience aléatoire qui consiste à répéter  $n$  fois et de manière indépendante une épreuve de Bernoulli de paramètre  $p$ .

Exemple : Un archer...

Propriétés La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même noeud est égale à 1. La probabilité d'un événement est le produit des probabilités portées sur les branches du chemin aboutissant à cet événement.

## II. Loi binomiale

### II.1. Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli

Exemple : du cours BTS

#### Définition 3

La probabilité d'obtenir  $k$  succès dans un schéma de Bernoulli est notée  $P(X = k)$ , où  $X$  est la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

### II.2. Espérance, Variance, Ecart-type

#### Définition 4

L'espérance d'une variable aléatoire  $X$  suivant une loi binomiale  $B(n, p)$  est  $E(X) = np$ .

## III. Echantillonnage et prise de décision

### III.1. Intervalle de fluctuation, à environ 95%, d'une fréquence avec la loi binomiale

#### Définition 5

L'intervalle de fluctuation à environ 95% d'une fréquence correspondant à la réalisation, sur un échantillon aléatoire de taille  $n$ , d'une variable aléatoire  $X$  de loi binomiale, est l'intervalle

$\left[\frac{a}{n}, \frac{b}{n}\right]$  défini par :

- $a$  est le plus petit entier tel que  $P(X \geq a) > 0,025$
- $b$  est le plus petit entier tel que  $P(X \leq b) \geq 0,975$

### III.2. Prise de décision à l'aide d'un intervalle de fluctuation lié à la loi binomiale

#### **Définition 6**

Au seuil de 5%, si la fréquence observée  $f$  appartient à l'intervalle de fluctuation  $[\frac{1}{n}, \frac{b}{n}]$ , on accepte l'hypothèse selon laquelle la proportion est  $p$  dans la population ; sinon, on rejette l'hypothèse selon laquelle cette proportion vaut  $p$ .