Suites numériques

I. Définition et notations

Définition 1

Toute fonction de $\mathbb{N}$ *dans* $\mathbb{R}$ *est appelée* **suite numérique.**

Exemple: $U(n) = \frac{1}{n}$, $V(n) = 2^n$.

Notation : Au lieu de $U(n)$ on note l'image de n par U_n. Cette notation est appelée notation indicée.

Exemple: Avec les suites précédentes, on écrira $U_1 = 1$, $U_2 = \frac{1}{2}$, etc... et $V_1 = 2$, $V_2 = 4$, etc...

II. Suites géométriques

Définition 2

On dit qu'une suite (U_n) *est* ***géométrique*** *lorsqu'il existe un réel* q *tel que*

$$U_{n+1} = qU_n \quad \text{pour tout entier } n.$$

Le nombre q *est appelé* ***raison*** *de la suite géométrique.*

Exemple: $U_n = 4^n$

Remarque: En pratique, pour montrer qu'une suite est géométrique, on étudie souvent le quotient $\frac{U_{n+1}}{U_n}$.

Théorème 1

Soit (U_n) *une suite géométrique de raison* q. *Alors pour tous entiers* n *et* p, *nous avons :*

$$U_n = U_p \times q^{n-p}$$

Théorème 2

Deux sommes remarquables :

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + q + q^2 + ... + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$