Tableau de Dérivation

I. Fonction dérivée

f définie sur	par :	dérivable sur :	f' définie par :
$\mathbb{R}$	$f(x)=k$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=0$
$\mathbb{R}$	$f(x)=x$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=1$
$\mathbb{R}$	$f(x)=x^n (n\in\mathbb{N})$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=nx^{n-1}$
$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$
$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$f(x)=\dfrac{1}{x^n}(n\in\mathbb{N})$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$f'(x)=-\dfrac{n}{x^{n+1}}$
$[0;+\infty[$	$f(x)=\sqrt{x}$	$]0;+\infty[$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$\mathbb{R}$	$f(x)=\sin x$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=\cos x$
$\mathbb{R}$	$f(x)=\cos x$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=-\sin x$

II. Opérations de la dérivation

u et v sont deux fonctions définies et dérivables sur un même intervalle I

Opération	Fonction	Dérivée
Somme	$u+v$	$u'+v'$
Produit par un nombre	$k\times u \quad (k\in\mathbb{R})$	$k\times u'$
Produit	$u\times v$	$u'\times v+u\times v'$
Quotient	$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'\times v-u\times v'}{v^2}$
Inverse	$\dfrac{1}{v}$	$-\dfrac{v'}{v^2}$
Fonction composée	$f(ax+b)$	$af'(ax+b)$

Exemple de calcul :
$f(x)=\frac{1}{x}+2x^3$ a pour fonction dérivée $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+6x^2$
$f(x)=(2x-1)(3x^3)$ a pour fonction dérivée $f'(x)=2\times 3x^3+(2x-1)\times 9x^2=24x^3-9x^2$

III. Applications de la dérivation

Théorème :
On suppose que f est dérivable sur I.
- f est croissante sur $I \Longleftrightarrow f'(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in I$
- f est décroissante sur $I \Longleftrightarrow f'(x) \leqslant 0$ pour tout $x \in I$
- f est constante sur $I \Longleftrightarrow f'(x) = 0$ pour tout $x \in I$

Il est donc possible de déterminer les variations d'une fonction à partir du signe de sa dérivée

Exemple : Soit $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$, f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Quel est son sens de variation ?
- Pour tout réel x on a $f'(x) = 4x - 8$
- On peut déterminer le signe de la dérivée et en déduire les variations de la fonction f :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

- f est décroissante sur $]-\infty; 2]$ et croissante sur $[2; +\infty[$